



प्रश्न-पत्र कोड **465/S**
Q.P. Code

Roll No.

Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.



APPLIED MATHEMATICS

Time allowed : 3 hours



Maximum Marks : 80

- (I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं।
- (II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- (III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं।
- (IV) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में यथा स्थान पर प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
- (V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक परीक्षार्थी केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।

- (I) Please check that this question paper contains **23** printed pages.
- (II) Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- (III) Please check that this question paper contains **38** questions.
- (IV) **Please write down the Serial Number of the question in the answer-book at the given place before attempting it.**
- (V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the candidates will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period. #



सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) यह प्रश्न-पत्र पाँच खण्डों में विभाजित है – क, ख, ग, घ एवं ङ।
- (iii) खण्ड क में प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय (MCQ) तथा प्रश्न संख्या 19 एवं 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित 1 अंक के प्रश्न हैं।
- (iv) खण्ड ख में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के 2 अंकों के प्रश्न हैं।
- (v) खण्ड ग में प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के 3 अंकों के प्रश्न हैं।
- (vi) खण्ड घ में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के 5 अंकों के प्रश्न हैं।
- (vii) खण्ड ङ में प्रश्न संख्या 36 से 38 तक प्रकरण अध्ययन आधारित 4 अंकों के प्रश्न हैं।
- (viii) प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 4 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 3 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।
- (ix) कैल्कुलेटर का उपयोग वर्जित है।

खण्ड क

इस खण्ड में 20 बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQ) हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. सबसे छोटा धनात्मक पूर्णांक (mod 11) जो 282 के समनुरूप (congruent) है, है :
(A) 3 (B) 7
(C) 9 (D) 17
2. एक व्यक्ति नदी के ठहरे हुए पानी में 6 km/h की गति से नाव चला सकता है। नदी में ऊपर की ओर जाने में, नदी में नीचे की ओर जाने से उसे दुगुना समय लगता है। तो पानी की धारा की गति है :
(A) 2 km/h (B) 4 km/h
(C) 6 km/h (D) 8 km/h



General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) *This question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.*
- (ii) *This question paper is divided into **five** Sections – **A, B, C, D** and **E**.*
- (iii) *In **Section A**, Questions no. **1** to **18** are Multiple Choice Questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*
- (iv) *In **Section B**, Questions no. **21** to **25** are Very Short Answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*
- (v) *In **Section C**, Questions no. **26** to **31** are Short Answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*
- (vi) *In **Section D**, Questions no. **32** to **35** are Long Answer (LA) type questions carrying **5** marks each.*
- (vii) *In **Section E**, Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.*
- (viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 4 questions in Section C, 2 questions in Section D and 3 questions in Section E.*
- (ix) *Use of calculator is **not** allowed.*

SECTION A

This section comprise 20 Multiple Choice Questions (MCQs) of 1 mark each.

- 1. The smallest positive integer (mod 11) to which 282 is congruent, is :
(A) 3 (B) 7
(C) 9 (D) 17
- 2. A man can row 6 km/h in still water. It takes him twice as long to row up as to row down the river. Then, the speed of the stream is :
(A) 2 km/h (B) 4 km/h
(C) 6 km/h (D) 8 km/h



3. यदि $\frac{|x+1|}{x+1} > 0, x \in \mathbb{R}$, तो :

- (A) $x \in [-1, \infty)$
 (B) $x \in (-1, \infty)$
 (C) $x \in (-\infty, -1)$
 (D) $x \in (-\infty, -1]$

4. यदि $P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $Q = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $P = Q^2$ है, तो x बराबर है :

- (A) ± 1 (B) -1
 (C) 1 (D) 2

5. यदि A एक व्युत्क्रमणीय आव्यूह है, तो निम्नलिखित में से कौन-सा सही **नहीं** है ?

- (A) $|A^{-1}| = |A|^{-1}$ (B) $(A^2)^{-1} = (A^{-1})^2$
 (C) $(A')^{-1} = (A^{-1})'$ (D) $|A| \neq 0$

6. रैखिक समीकरण निकाय

$$2x + ky = 7$$

$$3x + 2y = 7$$

संगत कहलाता है, यदि :

- (A) $k = \frac{4}{3}$ (B) $k \neq \frac{4}{3}$
 (C) $k \neq \frac{3}{4}$ (D) $k = \frac{3}{4}$

7. यदि $y = x^y$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ है :

- (A) $x^y (\log x + 1)$ (B) $\frac{y^2}{x(1 + y \log x)}$
 (C) $x^y (\log x - 1)$ (D) $\frac{y^2}{x(1 - y \log x)}$



3. If $\frac{|x+1|}{x+1} > 0$, $x \in \mathbb{R}$, then

- (A) $x \in [-1, \infty)$
- (B) $x \in (-1, \infty)$
- (C) $x \in (-\infty, -1)$
- (D) $x \in (-\infty, -1]$

4. If $P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $Q = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ and $P = Q^2$, then x equals :

- (A) ± 1
- (B) -1
- (C) 1
- (D) 2

5. If A is an invertible matrix, then which of the following is **not** true ?

- (A) $|A^{-1}| = |A|^{-1}$
- (B) $(A^2)^{-1} = (A^{-1})^2$
- (C) $(A')^{-1} = (A^{-1})'$
- (D) $|A| \neq 0$

6. The system of linear equations

$$2x + ky = 7$$

$$3x + 2y = 7$$

will be consistent, if :

- (A) $k = \frac{4}{3}$
- (B) $k \neq \frac{4}{3}$
- (C) $k \neq \frac{3}{4}$
- (D) $k = \frac{3}{4}$

7. If $y = x^y$, then $\frac{dy}{dx}$ is :

- (A) $x^y (\log x + 1)$
- (B) $\frac{y^2}{x(1 + y \log x)}$
- (C) $x^y (\log x - 1)$
- (D) $\frac{y^2}{x(1 - y \log x)}$



8. फलन $f(x) = a^x$, R में वर्धमान है, यदि :

- (A) $a > 0$
- (B) $a > 1$
- (C) $a < 0$
- (D) $0 < a < 1$

9. फलन $f : R \rightarrow R$, $f(x) = x^3 + 1$ द्वारा परिभाषित है। फलन f का/के :

- (A) कोई अधिकतम मान नहीं है
- (B) कोई न्यूनतम मान नहीं है
- (C) अधिकतम और न्यूनतम दोनों मान हैं
- (D) न तो कोई अधिकतम और न ही कोई न्यूनतम मान है

10. किसी एक उत्पाद की 'x' इकाइयों के उत्पादन पर “सीमांत लागत (MC)” और “औसत लागत (AC)” के बीच संबंध है :

- (A) $\frac{d}{dx} (AC) = x (MC - AC)$
- (B) $\frac{d}{dx} (AC) = x (AC - MC)$
- (C) $\frac{d}{dx} (AC) = \frac{1}{x} (MC - AC)$
- (D) $\frac{d}{dx} (AC) = \frac{1}{x} (AC - MC)$

11. एक यादृच्छिक चर X के लिए, $E(X) = 3$ और $E(X^2) = 11$ है। X का प्रसरण है :

- (A) 8
- (B) 5
- (C) 2
- (D) 1



8. The function $f(x) = a^x$ is increasing on $\mathbb{R}$, if :
- (A) $a > 0$
(B) $a > 1$
(C) $a < 0$
(D) $0 < a < 1$
9. A function $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is defined as $f(x) = x^3 + 1$. The function f has :
- (A) no maximum value
(B) no minimum value
(C) both maximum and minimum values
(D) neither maximum nor minimum value
10. The relation between “Marginal Cost (MC)” and “Average Cost (AC)” of producing ‘x’ units of a product is :
- (A) $\frac{d}{dx} (AC) = x (MC - AC)$
(B) $\frac{d}{dx} (AC) = x (AC - MC)$
(C) $\frac{d}{dx} (AC) = \frac{1}{x} (MC - AC)$
(D) $\frac{d}{dx} (AC) = \frac{1}{x} (AC - MC)$
11. For a random variable X , $E(X) = 3$ and $E(X^2) = 11$. The variance of X is :
- (A) 8
(B) 5
(C) 2
(D) 1



12. यदि एक द्विपद बंटन का माध्य और मानक विचलन क्रमशः 12 और 2 हैं, तो प्राचल p का मान है :
- (A) $\frac{5}{6}$ (B) $\frac{1}{6}$
(C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$
13. यदि प्वासों बंटन का प्रसरण 2 है, तो $P(X = 2)$ है :
- (A) $4e^2$ (B) $2e^2$
(C) $\frac{2}{e^2}$ (D) $\frac{4}{e^2}$
14. प्रसामान्य बंटन (Normal distribution) सममित होता है :
- (A) प्रसरण के (B) सह-प्रसरण के
(C) माध्य के (D) मानक विचलन के
15. फ्लैट दर विधि का उपयोग करते हुए, ₹ 20,000 के ऋण को $2\frac{1}{2}$ वर्ष में 8% प्रति वर्ष की ब्याज दर से, चुकाने के लिए EMI है :
- (A) ₹ 100 (B) ₹ 700
(C) ₹ 800 (D) ₹ 1,000
16. असमिका $3x + 2y > 6$ का आलेख है :
- (A) पूर्ण XOY तल
(B) पूर्ण XOY तल, रेखा $3x + 2y = 6$ पर स्थित बिन्दुओं को छोड़कर
(C) अर्धतल जिसमें मूल-बिंदु सम्मिलित है
(D) अर्धतल जिसमें न तो मूल-बिंदु और न ही रेखा $3x + 2y = 6$ के बिन्दु सम्मिलित हैं



12. If the mean and standard deviation of a binomial distribution are 12 and 2 respectively, then the value of the parameter p is :
- (A) $\frac{5}{6}$ (B) $\frac{1}{6}$
(C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$
13. If the variance of a Poisson distribution is 2, then $P(X = 2)$ is :
- (A) $4e^2$ (B) $2e^2$
(C) $\frac{2}{e^2}$ (D) $\frac{4}{e^2}$
14. Normal distribution is symmetric about :
- (A) Variance (B) Co-variance
(C) Mean (D) Standard deviation
15. Using the flat rate method, the EMI to repay a loan of ₹ 20,000 in $2\frac{1}{2}$ years at an interest rate of 8% per annum is :
- (A) ₹ 100 (B) ₹ 700
(C) ₹ 800 (D) ₹ 1,000
16. The graph of the inequality $3x + 2y > 6$ is the :
- (A) entire XOY plane
(B) whole XOY plane excluding the points on the line $3x + 2y = 6$
(C) half plane that contains the origin
(D) half plane that neither contains the origin nor the points on the line $3x + 2y = 6$



17. सीधी रेखा की प्रवृत्ति को किस समीकरण द्वारा दर्शाया जाता है ?

(A) $y = a + bx$

(B) $y = a - bx$

(C) $y = na + b \sum x$

(D) $y = na - b \sum x$

18. यदि सार्थकता के t-परीक्षण के उद्देश्य से, आकार (n) 34 का एक यादृच्छिक प्रतिदर्श एक प्रसामान्य समष्टि से लिया जाए, तो स्वतंत्रता की कोटि (N) है :

(A) 32

(B) 33

(C) 35

(D) 36

प्रश्न संख्या 19 और 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं। दो कथन दिए गए हैं, जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है। इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (A), (B), (C) और (D) में से चुनकर दीजिए।

(A) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।

(B) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है।

(C) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) गलत है।

(D) अभिकथन (A) गलत है, परन्तु तर्क (R) सही है।

19. अभिकथन (A) : असमिका $|3x - 2| \leq \frac{1}{2}$, $x \in \mathbb{R}$ का हल समुच्चय $\left[\frac{1}{2}, \frac{5}{6}\right]$ है।

तर्क (R) : $|x - a| \leq r \Leftrightarrow x \leq a - r$ या $x \geq a + r$.

20. अभिकथन (A) : आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 0 & -6 & 7 \\ 6 & 5 & -1 \\ -7 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ एक विषम-सममित आव्यूह है।

तर्क (R) : एक आव्यूह A विषम-सममित होता है, यदि $A' = -A$ है।



17. The straight line trend is represented by the equation :
- (A) $y = a + bx$ (B) $y = a - bx$
 (C) $y = na + b \sum x$ (D) $y = na - b \sum x$
18. If for the purpose of t-test of significance, a random sample of size (n) 34 is drawn from a normal population, then the degree of freedom (N) is :
- (A) 32 (B) 33
 (C) 35 (D) 36

Questions number 19 and 20 are Assertion and Reason based questions. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (A), (B), (C) and (D) as given below.

- (A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).
 (B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is **not** the correct explanation of the Assertion (A).
 (C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.
 (D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.
19. Assertion (A) : Solution set of inequality $|3x - 2| \leq \frac{1}{2}$, $x \in \mathbb{R}$ is $\left[\frac{1}{2}, \frac{5}{6}\right]$.

Reason (R) : $|x - a| \leq r \Leftrightarrow x \leq a - r \text{ or } x \geq a + r.$

20. Assertion (A) : Matrix $A = \begin{bmatrix} 0 & -6 & 7 \\ 6 & 5 & -1 \\ -7 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ is a skew-symmetric matrix.

Reason (R) : A matrix A is skew-symmetric if $A' = -A.$



खण्ड ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के 5 प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं।

21. (क) एक टैंक को, दो पाइप P और Q एक साथ मिलकर, 10 मिनट में भर सकते हैं। यदि पाइप P अकेले इस टैंक को भरने में, पाइप Q के अकेले इस टैंक को भरने में लगने वाले समय से 15 मिनट कम का समय लेता है, तो पाइप Q द्वारा अकेले इस टैंक को भरने में जो समय लगेगा, उसे ज्ञात कीजिए।

अथवा

- (ख) 200 m की दौड़ में, A, B को 35 m या 7 सेकण्ड से हरा देता है। इस दौड़ को पूरा करने में A द्वारा लिया गया समय ज्ञात कीजिए।
22. एक पासे को दो बार उछाला जाता है। 4 से अधिक संख्या प्राप्त होने को सफलता माना जाता है। सफलताओं की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।
23. मान लीजिए कि 95% विश्वस्यता-अंतराल में कहा गया है कि समष्टि माध्य 100 से अधिक और 300 से कम है। आप इस कथन की व्याख्या कैसे करेंगे ?
24. रिक्त स्थानों को भरिए :
- (क) t-बंटन वक्र, रेखा _____ से सममित है।
- (ख) t-बंटन में, चर t _____ के बीच होता है।
- (ग) t-बंटन का माध्य _____ है।
- (घ) t-बंटन का प्रसरण _____ है।
25. (क) प्रत्येक वर्ष के शुरू में देय ₹ 4,200 के एक सततता (perpetuity) का वर्तमान मूल्य ज्ञात कीजिए, यदि देय धनराशि 5% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज से ब्याज अर्जित करती है।

अथवा

- (ख) प्रत्येक वर्ष के अन्त में देय ₹ 5,000 के एक सततता (perpetuity) का वर्तमान मूल्य ज्ञात कीजिए, यदि देय धनराशि 5% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज से ब्याज अर्जित करती है।



SECTION B

This section comprises 5 Very Short Answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. (a) Two pipes P and Q together can fill a tank in 10 minutes. If pipe P takes 15 minutes less than Q to fill the tank alone, then find the time taken by pipe Q to fill the tank alone.

OR

- (b) In a 200 m race, A beats B by 35 m or 7 seconds. Find the time taken by A to complete the race.
22. Find the probability distribution of a number of successes in two tosses of a die, where a success is defined as getting a number greater than 4.
23. Suppose that a 95% confidence interval states that population mean is greater than 100 and less than 300. How would you interpret this statement ?
24. Fill in the blanks :
- (a) t-distribution curve is symmetrical about the line _____.
- (b) The variable t of t-distribution lies between _____.
- (c) The mean of the t-distribution is _____.
- (d) The variance of the t-distribution is _____.
25. (a) Find the present value of a perpetuity of ₹ 4,200 payable at the beginning of each year, if money is worth 5% compounded annually.

OR

- (b) Find the present value of a perpetuity of ₹ 5,000 payable at the end of each year, if money is worth 5% compounded annually.



खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के 6 प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं।

26. (क) सिद्ध कीजिए कि
$$\begin{vmatrix} x+y & x & x \\ 5x+4y & 4x & 2x \\ 10x+8y & 8x & 3x \end{vmatrix} = x^3$$

अथवा

(ख) सिद्ध कीजिए कि
$$\begin{vmatrix} y+z & z & y \\ z & z+x & x \\ y & x & x+y \end{vmatrix} = 4xyz$$

27. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम (यदि इसका अस्तित्व है) ज्ञात कीजिए।

28. (क) सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = x^2 - x + 1$, अन्तराल $(-1, 1)$ में न तो निरन्तर वर्धमान है और न ही निरन्तर हासमान है।

अथवा

(ख) यदि $y^x + x^y + x^x = a^b$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

29. (क) एक व्यक्ति 5 वर्षों के लिए एक फंड में ₹ 5,000 का निवेश करता है। दूसरे वर्ष के अन्त में, इस निवेश राशि का मूल्य ₹ 4,800 रह जाता है, तीसरे वर्ष के अन्त में ₹ 6,000 हो जाता है, चौथे वर्ष के अन्त में ₹ 6,700 और परिपक्वता पर इस निवेश राशि का मूल्य ₹ 8,000 हो जाता है। CAGR ज्ञात कीजिए। $[(1.6)^{\frac{1}{5}} = 1.098$ लीजिए]

अथवा

(ख) किसी संपत्ति का वार्षिक मूल्यहास ₹ 50,000 है और 10 वर्ष के उपयोगी जीवन के बाद इसका स्क्रैप मूल्य ₹ 60,000 है। रैखिक मूल्यहास विधि का उपयोग करके, संपत्ति की मूल लागत ज्ञात कीजिए।



SECTION C

This section comprises 6 Short Answer (SA) type questions of 3 marks each.

26. (a) Prove that
$$\begin{vmatrix} x+y & x & x \\ 5x+4y & 4x & 2x \\ 10x+8y & 8x & 3x \end{vmatrix} = x^3$$

OR

(b) Prove that
$$\begin{vmatrix} y+z & z & y \\ z & z+x & x \\ y & x & x+y \end{vmatrix} = 4xyz$$

27. Find the inverse (if it exists) of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$.

28. (a) Prove that the function $f(x) = x^2 - x + 1$ is neither strictly increasing nor strictly decreasing on the interval $(-1, 1)$.

OR

(b) Find $\frac{dy}{dx}$, if $y^x + x^y + x^x = a^b$.

29. (a) A person invested ₹ 5,000 in a fund for 5 years. The value of the investment was ₹ 4,800 at the end of the second year, ₹ 6,000 at the end of the third year, ₹ 6,700 at the end of the fourth year and on maturity, the final investment sold at ₹ 8,000. Find the CAGR.

[Use $(1.6)^{\frac{1}{5}} = 1.098$]

OR

(b) The annual depreciation of an asset is ₹ 50,000 and its scrap value after useful life of 10 years is ₹ 60,000. Find the original cost of the asset, using linear depreciation method.



30. (क) ज्ञात कीजिए : $\int \frac{dx}{(x+1)^2 (x^2+1)}$

अथवा

(ख) अवकल समीकरण : $\frac{dy}{dx} = e^{x-y} + x^2 e^{-y}$ को हल कीजिए।

31. निम्न व्यवरोधों

$$x + 2y \leq 120$$

$$x + y \geq 60$$

$$x - 2y \geq 0$$

$$x, y \geq 0$$

के अंतर्गत $Z = 5x + 10y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए।

खण्ड घ

इस खण्ड में 4 दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं।

32. x के लिए हल कीजिए : $1 \leq |x - 2| \leq 3$

33. (क) एक मैदान, जिसकी लम्बाई एक सीधी नदी के साथ-साथ है, से एक आयताकार क्षेत्र निकालकर उस पर बाड़ लगानी है। यदि नदी के साथ-साथ कोई बाड़ लगाने की आवश्यकता नहीं है, तो दर्शाइए कि कम-से-कम बाड़ की लम्बाई की आवश्यकता तब होगी जब आयताकार क्षेत्र की लम्बाई, उसकी चौड़ाई की दुगुनी हो।

अथवा

(ख) अवकल समीकरण : $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \log x$ को हल कीजिए।

34. (क) निम्नलिखित आँकड़ों में कम-से-कम वर्गों की विधि द्वारा एक सीधी रेखा की प्रवृत्ति को फिट कीजिए तथा प्रवृत्ति मूल्यों को भी ज्ञात कीजिए।

वर्ष	2010	2012	2013	2014	2015	2016	2019
बिक्री (लाख ₹ में)	65	68	70	72	75	67	73

अथवा



30. (a) Find : $\int \frac{dx}{(x+1)^2 (x^2+1)}$

OR

(b) Solve the differential equation : $\frac{dy}{dx} = e^{x-y} + x^2 e^{-y}$

31. Minimise $Z = 5x + 10y$, subject to the constraints

$$x + 2y \leq 120$$

$$x + y \geq 60$$

$$x - 2y \geq 0$$

$$x, y \geq 0$$

SECTION D

This section comprises 4 Long Answer (LA) type questions of 5 marks each.

32. Solve for x : $1 \leq |x - 2| \leq 3$

33. (a) A given rectangular area is to be fenced off in a field whose length lies along a straight river. If no fencing is needed along the river, show that the least length of fencing will be required when the length of the rectangular area is twice its breadth.

OR

(b) Solve the differential equation : $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \log x$

34. (a) Fit a straight line trend by the method of least squares to the following data and find the trend values.

Year	2010	2012	2013	2014	2015	2016	2019
Sales (in lakh ₹)	65	68	70	72	75	67	73

OR



(ख) निम्नलिखित आँकड़ों के लिए 4-वार्षिक गतिमान माध्य लेकर प्रवृत्ति मूल्यों को ज्ञात कीजिए।

वर्ष	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
बिक्री (हजार ₹ में)	108	112	110	120	140	120	100	135

35. एक कम्पनी को एक मशीन की लागत ₹ 52,000 पड़ती है और इसका प्रभावी जीवन 25 वर्ष होने का अनुमान लगाया जाता है। जीवन के अन्त में एक नए मॉडल द्वारा मशीन को बदलने के लिए, एक ऋण-शोधन निधि बनायी जाती है, जबकि इस मशीन स्क्रेप से केवल ₹ 2,500 की राशि प्राप्त होने की संभावना होती है। नए मॉडल की कीमत इस मशीन की कीमत से 25% अधिक होने की संभावना है। यह ज्ञात कीजिए कि ऋण-शोधन (sinking) निधि के लिए प्रत्येक वर्ष के अंत में अर्जित लाभ से कितनी राशि को ऋण-शोधन (sinking) निधि में रखा जाए, यदि यह 3.5% प्रति वर्ष चक्रवृद्धि ब्याज दर से ब्याज अर्जित करती है। [दिया गया है : $(1.035)^{25} = 2.3632$]

खण्ड ड

इस खण्ड में 3 प्रकरण-अध्ययन आधारित प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं।

प्रकरण अध्ययन – 1

36. एक शैक्षिक बोर्ड सर्वेक्षण के अनुसार, यह देखा गया कि कक्षा XII के छात्र कॉलेजों के आवेदन की समय सीमा से कम-से-कम एक से चार सप्ताह पहले आवेदन करते हैं। माना X उस सप्ताह का प्रतिनिधित्व करता है जब एक औसतन छात्र कॉलेज की आवेदन की समय सीमा से पहले आवेदन करता है और कॉलेज में प्रवेश प्राप्त करने के लिए एक छात्र की प्रायिकता $P(X = x)$ निम्न है :

$$P(X = x) = \begin{cases} \frac{kx}{6}, & \text{जब } x = 0, 1 \text{ या } 2 \\ \frac{(1-k)x}{6}, & \text{जब } x = 3 \\ \frac{kx}{2}, & \text{जब } x = 4 \\ 0, & \text{जब } x > 4 \end{cases}$$

जहाँ k एक वास्तविक संख्या है।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) k का मान ज्ञात कीजिए।

1



- (b) Find the trend values by taking 4-yearly moving averages for the following data.

Year	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Sales (in thousand ₹)	108	112	110	120	140	120	100	135

35. A machine costs a company ₹ 52,000 and its effective life is estimated to be 25 years. A sinking fund is created for replacing the machine by a new model at the end of its life time, when its scrap realizes a sum of ₹ 2,500 only. The price of the new model is estimated to be 25% more than the price of the present one. Find what amount should be set aside at the end of each year out of the profits for the sinking fund, if it accumulates at 3.5% per annum compound. [Given $(1.035)^{25} = 2.3632$]

SECTION E

This section comprises 3 case-study-based questions of 4 marks each.

Case Study – 1

36. According to an educational board survey, it was observed that class XII students apply at least one to four weeks ahead of college application deadlines. Let X represent the week when an average student applies ahead of a college's application deadline and the probability of the student to get admission in the college $P(X = x)$ is given as follows :

$$P(X = x) = \begin{cases} \frac{kx}{6}, & \text{when } x = 0, 1 \text{ or } 2 \\ \frac{(1 - k)x}{6}, & \text{when } x = 3 \\ \frac{kx}{2}, & \text{when } x = 4 \\ 0, & \text{when } x > 4 \end{cases}$$

where k is a real number.

Based on the above information, answer the following questions :

- (i) Determine the value of k.

1



(ii) क्या प्रायिकता है कि महेश को कॉलेज में प्रवेश मिलेगा, यह देखते हुए कि उसने आवेदन की समय सीमा से कम-से-कम 3 सप्ताह पहले आवेदन किया था ?

1

(iii) (क) कॉलेज की आवेदन की समय सीमा से पहले आवेदन करने के लिए एक छात्र द्वारा लिए गए सप्ताहों की संख्या की गणितीय प्रत्याशा की गणना कीजिए।

2

अथवा

(iii) (ख) शुरुआती प्रवेश को बढ़ावा देने के लिए, कॉलेज छात्रों को समय सीमा से पहले आवेदन करने के लिए छात्रवृत्ति की पेशकश कर रहा है, जो निम्न है :

4 सप्ताह पहले आवेदन करने पर ₹ 50,000

3 सप्ताह पहले आवेदन करने पर ₹ 20,000

2 सप्ताह पहले आवेदन करने पर ₹ 12,000

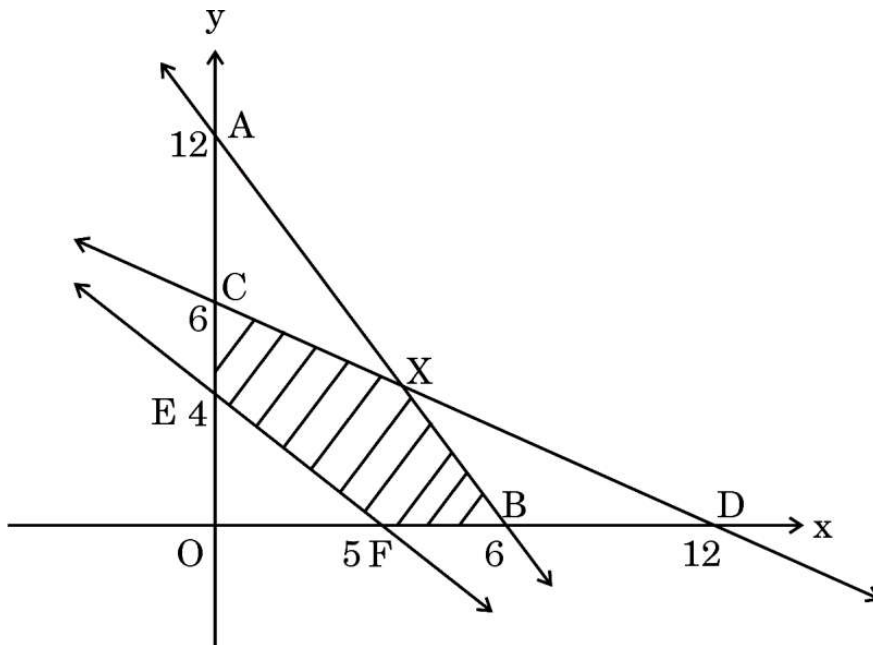
और 1 सप्ताह पहले आवेदन करने पर ₹ 9,600

कॉलेज द्वारा दी जाने वाली अपेक्षित छात्रवृत्ति का निर्धारण कीजिए।

2

प्रकरण अध्ययन – 2

37. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या का सुसंगत क्षेत्र नीचे दिए गए आलेख में दर्शाया गया है :



उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) CD का समीकरण ज्ञात कीजिए।

1



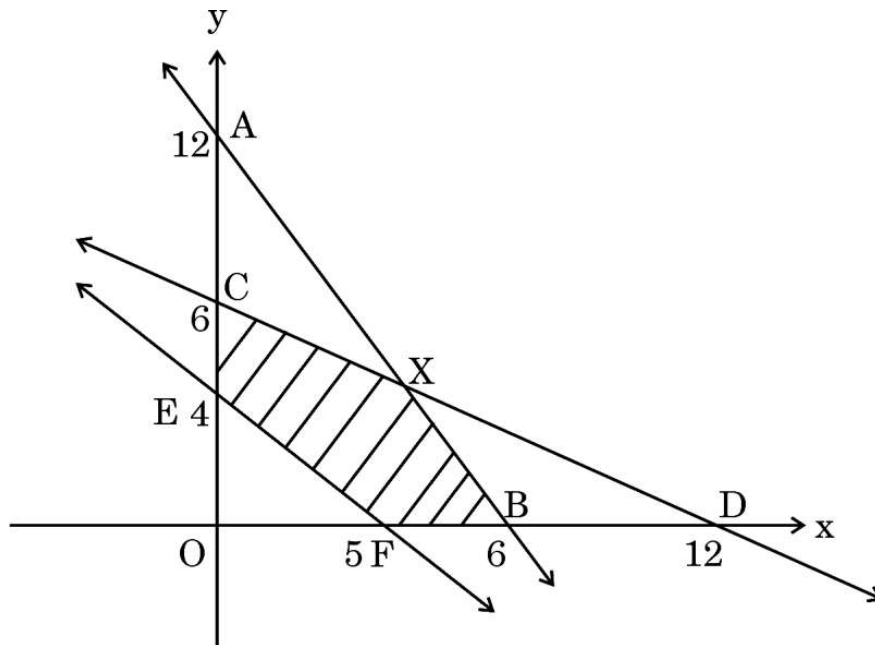
- (ii) What is the probability that Mahesh will get admission in the college, given that he applied at least 3 weeks ahead of application deadline ? 1
- (iii) (a) Calculate the mathematical expectation of number of weeks taken by a student to apply ahead of a college's application deadline. 2

OR

- (iii) (b) To promote early admissions, the college is offering scholarships to the students for applying ahead of deadline as follows :
- ₹ 50,000 for applying 4 weeks ahead
 ₹ 20,000 for applying 3 weeks ahead
 ₹ 12,000 for applying 2 weeks ahead
 and ₹ 9,600 for applying 1 week ahead
- Determine the expected scholarship offered by the college. 2

Case Study – 2

37. The feasible region for an LPP is shown in the graph given below :



Based on the above information, answer the following questions :

- (i) Determine the equation of CD. 1



- (ii) EF का समीकरण ज्ञात कीजिए। 1
- (iii) (क) रैखिक प्रोग्रामन समस्या के सभी व्यवरोधों को ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

- (iii) (ख) उद्देश्य फलन $Z = 600x + 400y$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए। 2

प्रकरण अध्ययन – 3

38. एक व्यक्ति ने एक बैंक से 6.75% प्रति वर्ष मासिक परिकलित चक्रवृद्धि ब्याज की दर से ₹ 40,00,000 का होम लोन लिया जिसे 10 वर्षों में प्रत्येक महीने के अंत में समान मासिक भुगतान द्वारा परिशोधन किया जाना है।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) मासिक किश्त की राशि ज्ञात कीजिए। $[(1.005625)^{-120} = 0.510120]$ प्रयोग कीजिए। 1
- (ii) 61वें महीने की शुरुआत में बकाया मूलधन राशि ज्ञात कीजिए। 1

$$[(1.005625)^{60} = 1.400115 \text{ प्रयोग कीजिए}]$$

- (iii) (क) 61वें महीने की किश्त में दी गई ब्याज की राशि ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

- (iii) (ख) 61वें महीने की किश्त में दी गई मूलधन राशि ज्ञात कीजिए। 2



- (ii) Determine the equation EF. 1
- (iii) (a) Determine all the constraints for the LPP. 2

OR

- (iii) (b) Find the maximum value of the objective function
 $Z = 600x + 400y$. 2

Case Study – 3

38. A man took a home loan of ₹ 40,00,000 from a bank at the interest of 6.75% per annum compounded monthly which is to be amortized by equal payments at the end of each month for 10 years.

Based on the above information, answer the following questions :

- (i) Find the monthly instalment. 1

$$[\text{Use } (1.005625)^{-120} = 0.510120]$$

- (ii) Find the principal outstanding at the beginning of 61st month. 1

$$[\text{Use } (1.005625)^{60} = 1.400115]$$

- (iii) (a) Find the interest amount paid in the 61st instalment. 2

OR

- (iii) (b) Find the principal amount paid in the 61st instalment. 2